This Question Paper consists of 45 questions and 27 printed pages, and a graph sheet.

इस प्रश्न-पत्र में 45 प्रश्न तथा 27 मुद्रित पृष्ठ हैं और एक ग्राफ शीट है।

Roll No. / अनुक्रमांक | | | | | | | | | | | | |

Code No. / कोड नं० 67/TUS/2

Set / सेट A

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination (परीक्षा का दिन व दिनांक) ....

Signature of Invigilators (निरीक्षकों के हस्ताक्षर) 1. ....

2. ....

***General Instructions* :**

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2. Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper Code No. 67/TUS/2, Set A on the Answer-Book.
5. (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :

   English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Odia, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.

   You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.

   (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the questions will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1. परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जाएगा।
4. अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र का कोड नं० 67/TUS/2, सेट [A] लिखें।
5. (क) प्रश्न-पत्र केवल हिन्दी/अंग्रेजी में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :

   अंग्रेजी, हिन्दी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगू, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिन्धी।

   कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

   (ख) यदि आप हिन्दी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों/गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे] [पूर्णांक : 100

Note : (i) This Question Paper consists of 45 questions in all.

(ii) *All* questions are compulsory.

(iii) Marks are given against each question.

(iv) Section–A consists of

(a) Question Nos. **1** to **20** (multiple choice type questions (MCQs) carrying *1* mark each). Select and write the most appropriate option out of the four options given in each of these questions. An internal choice has been provided in some of these questions. You have to attempt only one of the given choices in such questions.

(b) Question Nos. **21** to **29** (objective type questions). Question Nos. **21** to **24** carry *2* marks each (with 2 sub-parts of *1* mark each), Question Nos. **25** to **28** carry *4* marks each (with 4 sub-parts of *1* mark each) and Question No. **29** carries *6* marks (with 6 sub-parts of *1* mark each). Attempt these questions as per the instructions given for each.

(v) Section–B consists of

(a) Question Nos. **30** to **38** (very short answer type questions carrying *2* marks each)

(b) Question Nos. **39** to **43** (short answer type questions carrying *4* marks each)

(c) Question Nos. **44** and **45** (long answer type questions carrying *6* marks each)

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल 45 प्रश्न हैं।

(ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iv) खण्ड–अ में सम्मिलित है

(a) प्रश्न संख्या **1** से **20** (बहुविकल्पी प्रकार के प्रश्न (MCQs), प्रत्येक *1* अंक का)। प्रत्येक प्रश्न में दिए गए चार विकल्पों में से सबसे उपयुक्त विकल्प को चुनकर लिखना है। कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है। ऐसे प्रश्नों में दिए गए विकल्पों में से किसी एक को चुनना है।

(b) प्रश्न संख्या **21** से **29** (वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न)। प्रश्न संख्या **21** से **24** तक प्रत्येक *2* अंक का है (जिसमें 2 उपभाग हैं, प्रत्येक *1* अंक का), प्रश्न संख्या **25** से **28** तक प्रत्येक *4* अंक का है (जिसमें 4 उपभाग हैं, प्रत्येक *1* अंक का) तथा प्रश्न संख्या **29** के लिए *6* अंक दिए गए हैं (जिसमें 6 उपभाग हैं, प्रत्येक *1* अंक का)। प्रत्येक के लिए दिए गए निर्देश के अनुसार इन प्रश्नों को हल कीजिए।

(v) खण्ड–ब में सम्मिलित है

(a) प्रश्न संख्या **30** से **38** (अति लघूत्तरीय प्रकार के प्रश्न, प्रत्येक *2* अंक का)

(b) प्रश्न संख्या **39** से **43** (लघूत्तरीय प्रकार के प्रश्न, प्रत्येक *4* अंक का)

(c) प्रश्न संख्या **44** और **45** (दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न, प्रत्येक *6* अंक का)

(1) Answers of all questions are to be given in the Answer-Book given to you.
सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।

(2) 15 minutes time has been allotted to read this Question Paper. The Question Paper will be distributed at 2:15 p.m. From 2:15 p.m. to 2:30 p.m., the students will read the Question Paper only and will not write any answer on the Answer-Book during this period.
इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण दोपहर में 2:15 बजे किया जाएगा। 2:15 बजे से 2:30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

SECTION–A

खण्ड–अ

1. The x-intercept and the y-intercept of the line $4x - 3y + 6 = 0$ are respectively

रेखा $4x - 3y + 6 = 0$ के x-अन्तःखण्ड तथा y-अन्तःखण्ड हैं, क्रमशः

(A) $-\frac{3}{2}, -2$

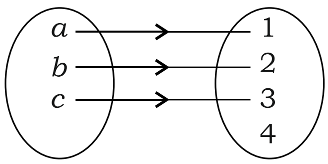
(B) $\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$

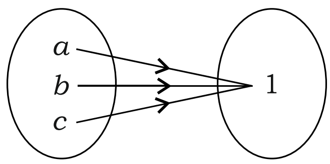
(C) $-\frac{3}{2}, 2$

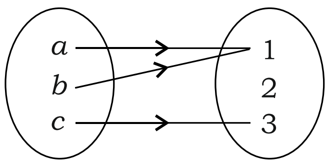
(D) $-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ 1

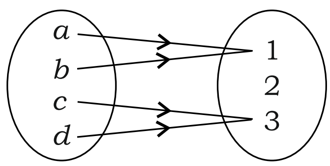
2. *(a)* Which one of the following mappings represents an onto function? 1

निम्न में से कौन-सा एक प्रतिचित्रण, आच्छादक फलन को निरूपित करता है?

(A)


(B)


(C)


(D)


Or / अथवा

(b) The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ is

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है

(A) $-\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{4\pi}{3}$

3. *(a)* If

$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 18 & 4 \end{vmatrix}$$

and $x > 0$, then the value of x is

यदि

$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 18 & 4 \end{vmatrix}$$

तथा $x > 0$, तो x का मान है

(A) 4 (B) 9

(C) 6 (D) 36 1

Or / अथवा

(b) If

$$2\begin{bmatrix} x & y \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

then the values of x and y are

यदि

$$2\begin{bmatrix} x & y \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

तो x तथा y के मान हैं

(A) $x = 3,\ y = 9$ (B) $x = 9,\ y = 3$

(C) $x = 0,\ y = 0$ (D) $x = 4,\ y = 8$

4. *(a)* The slope of the line $y + 3 = 0$ is

रेखा $y + 3 = 0$ की प्रवणता है

(A) 0 (B) 1

(C) –3 (D) –1 1

Or / अथवा

(b) The equation of the line having slope $-\frac{3}{2}$ and passing through the point $(-1, 2)$ is

प्रवणता $-\frac{3}{2}$ तथा बिन्दु $(-1, 2)$ से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण है

(A) $3x - 2y + 1 = 0$

(B) $3x + 2y + 1 = 0$

(C) $3x - 2y - 1 = 0$

(D) $3x + 2y - 1 = 0$

5. The slope of the tangent to the curve $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ at $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ is

वक्र $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ की $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ पर स्पर्शरेखा की प्रवणता है

(A) 1 (B) –1

(C) 2 (D) $-\frac{1}{2}$ 1

6. *(a)* The direction cosines of *y*-axis are

y-अक्ष की दिक् कोज्याएँ हैं

(A) 1, 1, 0 (B) 1, 0, 1

(C) 0, 1, 0 (D) 0, 1, 1 1

Or / अथवा

(b) A unit vector parallel to the resultant of vectors $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ is

सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ के परिणामी सदिश के समान्तर एक मात्रक सदिश है

(A) $\frac{4}{\sqrt{45}}\hat{i} + \frac{2}{\sqrt{45}}\hat{j} + \frac{5}{\sqrt{45}}\hat{k}$

(B) $\frac{4}{\sqrt{45}}\hat{i} - \frac{2}{\sqrt{45}}\hat{j} + \frac{5}{\sqrt{45}}\hat{k}$

(C) $\frac{4}{\sqrt{41}}\hat{i} + \frac{5}{\sqrt{41}}\hat{k}$

(D) $\frac{2}{\sqrt{17}}\hat{i} - \frac{2}{\sqrt{17}}\hat{j} + \frac{3}{\sqrt{17}}\hat{k}$

7. If

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

then the value of $x + y + z$ is

यदि

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

तो $x + y + z$ का मान है

(A) 0 (B) –2

(C) 1 (D) 2 1

8. *(a)* The interval in which the function $f(x) = \sin x,\ x \in (0, 2\pi)$ is decreasing, is

वह अन्तराल, जिसमें फलन $f(x) = \sin x,\ x \in (0, 2\pi)$ ह्रासमान है, है

(A) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $(0, \pi)$

(C) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ (D) $(\pi, 2\pi)$ 1

Or / अथवा

(b) The value of x at which the function $f(x) = 2\cos x + x$ has a maximum or minimum, is

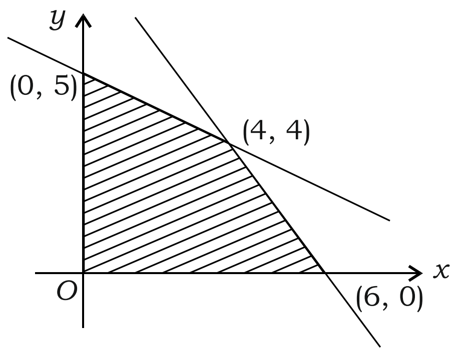
x का वह मान, जिस पर फलन $f(x) = 2\cos x + x$ उच्चिष्ठ अथवा निम्निष्ठ है, है

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π

9. *(a)* The feasible region (shaded) for an LPP is shown in the figure below. Maximum of $Z = 3x + 8y$ occurs at which of the following points? 1

एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का संभाव्य क्षेत्र (छायांकित) आकृति में दर्शाया गया है। निम्न में से किस बिन्दु/किन बिन्दुओं पर $Z = 3x + 8y$ अधिकतम होगा?



(A) (0, 5)

(B) (4, 4)

(C) (6, 0) and (0, 5)
(6, 0) तथा (0, 5)

(D) At every point of the line segment joining the points (4, 4) and (6, 0)
बिन्दुओं (4, 4) तथा (6, 0) को जोड़ने वाली रेखा के प्रत्येक बिन्दु पर

Or / अथवा

(b) What is the converse of the given statement?

"If n is a positive number, then n^3 is a positive number."

(A) If n is not a positive number, then n^3 is not a positive number.

(B) If n^3 is not a positive number, then n is not a positive number.

(C) If n^3 is a positive number, then n is a positive number.

(D) If n is a positive number, then n^3 is not a positive number.

दिए गए कथन का विलोम क्या है?

''यदि n एक धनात्मक संख्या है, तो n^3 एक धनात्मक संख्या है।''

(A) यदि n एक धनात्मक संख्या नहीं है, तो n^3 एक धनात्मक संख्या नहीं है।

(B) यदि n^3 एक धनात्मक संख्या नहीं है, तो n एक धनात्मक संख्या नहीं है।

(C) यदि n^3 एक धनात्मक संख्या है, तो n एक धनात्मक संख्या है।

(D) यदि n एक धनात्मक संख्या है, तो n^3 एक धनात्मक संख्या नहीं है।

10. The centre and radius of the circle $x^2 + y^2 + 3x - y = 4$ are respectively

वृत्त $x^2 + y^2 + 3x - y = 4$ के केन्द्र तथा त्रिज्या हैं, क्रमशः

(A) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right), \frac{\sqrt{6}}{2}$

(B) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right), \sqrt{\frac{13}{2}}$

(C) $(-3, 1), \sqrt{14}$

(D) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right), \frac{\sqrt{26}}{2}$ 1

11. The degree of the following differential equation is

निम्न अवकल समीकरण का घात है

$$4\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 - 3\frac{d^2y}{dx^2} - 5\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 - 1 = 0$$

(A) 1 (B) 3

(C) 4 (D) 2 1

12. *(a)* If $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then the value of x is

यदि $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$, तो x का मान है

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$ 1

Or / अथवा

(b) If A is a square matrix of order 3 and $|A| = 5$, then the value of $|2A'|$ is

यदि A कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है तथा $|A| = 5$, तो $|2A'|$ का मान है

(A) -40 (B) 10

(C) -10 (D) 40

13. The position vectors of the points P, Q and R are $\vec{a} - 2\vec{b}$, $3\vec{a} - 4\vec{b}$ and $7\vec{a} - 8\vec{b}$ respectively. If $\overrightarrow{QR} = \lambda\,\overrightarrow{PQ}$, then the value of λ is

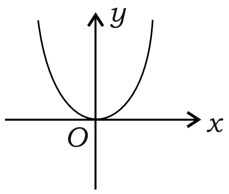
बिन्दु P, Q तथा R के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a} - 2\vec{b}$, $3\vec{a} - 4\vec{b}$ तथा $7\vec{a} - 8\vec{b}$ हैं। यदि $\overrightarrow{QR} = \lambda\,\overrightarrow{PQ}$, तो λ का मान है

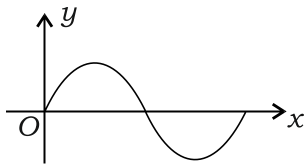
(A) 2 (B) 4

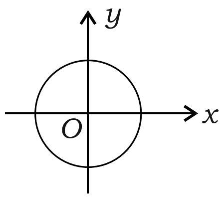
(C) $\frac{1}{2}$ (D) -2 1

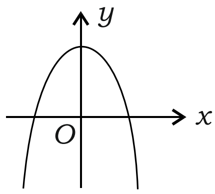
14. Which one of the following graphs does not represent the graph of a function? 1

निम्न में से कौन-सा एक ग्राफ, फलन के ग्राफ को निरूपित नहीं करता?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

15. *(a)* The derivative of $\sin x$ with respect to $\log x$ is

$\log x$ के सापेक्ष $\sin x$ का अवकलज है

(A) $\frac{\cos x}{x}$

(B) $x \cos x$

(C) $\frac{1}{x \cos x}$

(D) $\frac{x}{\cos x}$ 1

Or / अथवा

(b) If $y = \sin^{-1}(\cos x)$, then $\frac{dy}{dx} =$

यदि $y = \sin^{-1}(\cos x)$, तो $\frac{dy}{dx} =$

(A) $-\frac{1}{\sin x}$

(B) $\operatorname{cosec} x$

(C) 1

(D) -1

16. If $A = [a_{ij}]$ is a matrix of order 2×3 and $a_{ij} = \frac{i+2j}{2}$, then the matrix A is

यदि $A = [a_{ij}]$ कोटि 2×3 का एक आव्यूह है तथा $a_{ij} = \frac{i+2j}{2}$, तो आव्यूह A है

(A) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 3 \\ 2 & 3 \\ \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ \frac{5}{2} & 3 \\ \frac{7}{2} & 4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 2 & \frac{5}{2} \\ 3 & 3 & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$ 1

17. *(a)* The distance of the plane $\vec{r} \cdot \left(\frac{2}{7} \hat{i} - \frac{3}{7} \hat{j} + \frac{6}{7} \hat{k} \right) = 4$ from the origin is

मूल बिन्दु से समतल $\vec{r} \cdot \left(\frac{2}{7} \hat{i} - \frac{3}{7} \hat{j} + \frac{6}{7} \hat{k} \right) = 4$ की दूरी है

(A) 4

(B) 28

(C) $\frac{1}{7}$

(D) $\sqrt{7}$ 1

Or / अथवा

(b) If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are unit vectors, then the value of $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 + |\vec{a} \times \vec{b}|^2$ is

यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ मात्रक सदिश हैं, तो $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 + |\vec{a} \times \vec{b}|^2$ का मान है

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) $\sin\theta + \cos\theta$

18. The integrating factor of the following differential equation is

निम्न अवकल समीकरण का समाकलन गुणक है

$$\frac{dy}{dx} + 4\frac{y}{x} = \frac{1}{x}$$

(A) $4x$ (B) x^2

(C) x^4 (D) $\frac{4}{x}$ 1

19. *(a)* $\int \frac{\cos^2 x}{1+\sin x} dx =$

(A) $x - \cos x + c$ (B) $x + \cos x + c$

(C) $x + \sin x + c$ (D) $x - \sin x + c$ 1

Or / अथवा

(b) $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx =$

(A) $\left(\frac{\log x}{3}\right)^3 + c$ (B) $\frac{\log x^3}{3} + c$

(C) $\frac{(\log x)^3}{3} + c$ (D) $\left(\log \frac{x}{3}\right)^3 + c$

20. Which one of the following statements is true? 1

(A) Every scalar matrix is an identity matrix.

(B) Every identity matrix is a scalar matrix.

(C) Every diagonal matrix is an identity matrix.

(D) A square matrix whose each element is 1 is an identity matrix.

निम्न में से कौन-सा एक कथन सत्य है?

(A) प्रत्येक अदिश आव्यूह एक इकाई आव्यूह है।

(B) प्रत्येक इकाई आव्यूह एक अदिश आव्यूह है।

(C) प्रत्येक विकर्ण आव्यूह एक इकाई आव्यूह है।

(D) एक वर्ग आव्यूह, जिसका प्रत्येक अवयव 1 है, एक इकाई आव्यूह है।

21. Fill in the blanks : 1×2=2

रिक्त स्थान भरिए :

(a) Let $*$ be a binary operation defined by $a * b = b - 2a$, then the value of $(1 * 2) * 3$ is _____.

माना $*$ एक द्वि-आधारी संक्रिया $a * b = b - 2a$ द्वारा परिभाषित है, तो $(1 * 2) * 3$ का मान _____ है।

(b) A relation R on any set A is said to be _____, if $(a, b) \in R$, $(b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$ for all $a, b, c \in A$.

समुच्चय A पर एक सम्बन्ध R _____ कहलाता है, यदि $(a, b) \in R$, $(b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$, सभी $a, b, c \in A$ के लिए।

22. Match the integral in Column–I with its correct solution given in Column–II : 1×2=2

स्तंभ–I में दिए गए समाकलन का स्तंभ–II में दिए गए इसके सही हल से मिलान कीजिए :

Column (*स्तंभ*)–I	*Column* (*स्तंभ*)–II
(a) $\int \sin x \, dx$	P. $\cos x + c$
(b) $\int \sec^2 x \, dx$	Q. $\log(\sin x) + c$
	R. $\tan x + c$
	S. $-\cos x + c$

23. Fill in the blanks (attempt any *two* sub-parts from *(a)* to *(d)*) : 1×2=2

रिक्त स्थान भरिए (*(a)* से *(d)* में से कोई **दो** उपभाग कीजिए) :

(a) Let $f : R \to R$ be defined by $f(x) = 2^x$, then $(f \circ f)(0)$ is equal to _____.

माना $f : R \to R$, $f(x) = 2^x$ द्वारा परिभाषित है, तो $(f \circ f)(0)$ बराबर है _____ के।

(b) The value of $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ is _____.

$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान _____ है।

(c) If $\cot^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = x$, then the value of $\cos x$ is _____.

यदि $\cot^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = x$, तो $\cos x$ का मान _____ है।

(d) A binary operation $*$ on a set *A* is a function from _____ to *A*.

समुच्चय *A* पर एक द्वि-आधारी संक्रिया $*$ एक फलन है, जो _____ से *A* तक है।

24. Answer any *two* sub-parts from *(a)* to *(d)* : 1×2=2

(a) से *(d)* में से किन्हीं **दो** उपभागों के उत्तर दीजिए :

(a) Write the negation of the statement, "$\sqrt{5}$ is not a rational number".

कथन, ''$\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या नहीं है'' का निषेधन लिखिए।

(b) Write the converse of the statement, "If *x* is a prime number, then *x* is an even number".

कथन, ''यदि *x* एक अभाज्य संख्या है, तो *x* एक सम संख्या है'' का विलोम लिखिए।

(c) Write the contrapositive of the statement, "If a number is odd, then its square is not negative".

कथन, ''यदि कोई संख्या विषम है, तो इसका वर्ग ऋणात्मक नहीं है'' का प्रतिसकारात्मक रूप लिखिए।

(d) Combine the statements P and Q using 'if and only if' :

P : If two angles of a triangle are equal, then it is an isosceles triangle.

Q : If a triangle is an isosceles triangle, then its two angles are equal.

'यदि और केवल यदि' की सहायता से कथन P तथा Q को जोड़िए :

P : यदि किसी त्रिभुज के दो कोण बराबर हैं, तो यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

Q : यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज है, तो इसके दो कोण बराबर हैं।

25. Fill in the blanks (attempt any *four* sub-parts from the *(a)* to *(f)*) : 1×4=4

रिक्त स्थान भरिए (*(a)* से *(f)* में से कोई **चार** उपभाग कीजिए) :

(a) The unit vector in the direction of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ is _____.

सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ की दिशा में मात्रक सदिश _____ है।

(b) The three coordinate planes divide the whole space into eight parts called _____.

तीन निर्देशांक समतल पूरे आकाश को आठ भागों में विभाजित करते हैं, जिन्हें _____ कहते हैं।

(c) $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.

(d) The vector equation of a plane passing through the point (2, –3, 4) and perpendicular to the line with direction ratios 1, 3, –2 is _____.

रेखा, जिसके दिक् अनुपात 1, 3, –2 हैं, पर लम्ब तथा बिन्दु (2, –3, 4) से होकर गुजरने वाले समतल का सदिश समीकरण _____ है।

(e) The intercept of the plane $2x-3y+5z-30=0$ on the z-axis is _____.

z-अक्ष पर समतल $2x-3y+5z-30=0$ का अन्तःखण्ड _____ है।

(f) The Cartesian form of the equation of the line $\vec{r}=(3\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}-3\hat{k})$ is _____.

रेखा $\vec{r}=(3\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}-3\hat{k})$ के समीकरण का कार्तीय रूप _____ है।

26. For the ellipse $16x^2+y^2=16$, find the following (attempt any *four* sub-parts from *(a)* to *(f)*) : 1×4=4

(a) Length of the major axis

(b) Length of the minor axis

(c) Eccentricity

(d) Foci

(e) Equation of directrices

(f) Length of the latus rectum

दीर्घवृत्त $16x^2+y^2=16$ के लिए निम्न ज्ञात कीजिए (*(a)* से *(f)* में से कोई **चार** उपभाग कीजिए) :

(a) दीर्घ अक्ष की लम्बाई

(b) लघु अक्ष की लम्बाई

(c) उत्केन्द्रता

(d) नाभि

(e) नियताओं के समीकरण

(f) नाभिलम्ब की लम्बाई

27. Fill in the blanks (attempt any *four* sub-parts from *(a)* to *(f)*) : 1×4=4

रिक्त स्थान भरिए (*(a)* से *(f)* में से कोई **चार** उपभाग कीजिए) :

(a) If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$, then $A' =$ _____.

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \end{bmatrix}$, तो $A' =$ _____.

(b) If A is a skew-symmetric matrix, then all its diagonal elements are _____.

यदि A एक विषम सममित आव्यूह है, तो इसके विकर्ण के सभी अवयव _____ हैं।

(c) If

$$A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

and $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, then $AB =$ _____.

यदि

$$A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, तो $AB =$ _____.

(d) If

$$\begin{vmatrix} 2x & 1 \\ 2x-1 & 2x+1 \end{vmatrix} = 5$$

and $x > 0$, then $x =$ _____.

यदि

$$\begin{vmatrix} 2x & 1 \\ 2x-1 & 2x+1 \end{vmatrix} = 5$$

तथा $x > 0$, तो $x =$ _____.

(e) The points (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) are collinear, if $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$ _____.

बिन्दु (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) संरेखी हैं, यदि $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$ _____.

(f) Let $AX = B$ be a system of linear equations having unique solution, then the solution is given by $X =$ _____.

माना रैखिक समीकरण निकाय $AX = B$ का अद्वितीय हल है, तो इसका हल $X =$ _____ द्वारा दिया जाता है।

28. Evaluate the following integrals (attempt any *four* sub-parts from *(i)* to *(vi)*) : 1×4=4

निम्न समाकलनों के मान निकालिए (*(i)* से *(vi)* में से कोई **चार** उपभाग कीजिए) :

(i) $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

(ii) $\int e^{3\log x} \cdot x^4 dx$

(iii) $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} dx$

(iv) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$

(v) $\int \operatorname{cosec} x(\operatorname{cosec} x + \cot x)\, dx$

(vi) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x\, dx$

29. Fill in the blanks (attempt any *six* sub-parts from *(a)* to *(i)*) : 1×6=6

रिक्त स्थान भरिए (*(a)* से *(i)* में से कोई **छः** उपभाग कीजिए) :

(a) $\lim_{x \to 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} =$ _____.

(b) $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1}{x} =$ _____.

(c) If $f(x) = \begin{cases} ax - 1, & x \neq 3 \\ 5, & x = 3 \end{cases}$ is continuous at $x = 3$, then the value of a is _____.

यदि $x = 3$ पर $f(x) = \begin{cases} ax - 1, & x \neq 3 \\ 5, & x = 3 \end{cases}$ सतत है, तो a का मान _____ है।

(d) If $y = (x^2 - 1)^2$, then $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____.

यदि $y = (x^2 - 1)^2$, तो $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____.

(e) If $y = \tan\sqrt{x}$, then $\frac{dy}{dx} =$ _____.

यदि $y = \tan\sqrt{x}$, तो $\frac{dy}{dx} =$ _____.

(f) If $f(x) = \frac{x(x^2 - 1)}{x + 4}$, then $f'(1) =$ _____.

यदि $f(x) = \frac{x(x^2 - 1)}{x + 4}$, तो $f'(1) =$ _____.

(g) The rate of change of area of a circle with respect to its radius r, when $r = 4$ cm, is _____.

वृत्त के क्षेत्रफल में त्रिज्या r के सापेक्ष परिवर्तन की दर, जब $r = 4$ cm है, _____ होगी।

(h) $f(x) = \cos x,\ x \in (0, 2\pi)$ is increasing in the interval _____.

$f(x) = \cos x,\ x \in (0, 2\pi)$ अन्तराल _____ में वर्धमान है।

(i) The slope of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$ is _____.

वक्र $y = x^3 - x$ के लिए $x = 2$ पर स्पर्शरेखा की प्रवणता _____ है।

SECTION–B
खण्ड–ब

30. Using determinants, determine whether the points $(a, b+c)$, $(b, c+a)$ and $(c, a+b)$ form a triangle or not. 2

सारणिकों का प्रयोग करते हुए पता लगाइए कि बिन्दु $(a, b+c)$, $(b, c+a)$ तथा $(c, a+b)$ एक त्रिभुज बनाते हैं या नहीं।

Or / अथवा

Prove that

सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$$

31. Solve for x : 2

x के लिए हल कीजिए :

$$2\tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2\operatorname{cosec} x)$$

Or / अथवा

If $f : \{3, 4, 5, 6\} \rightarrow \{4, 5, 6, 10\}$ and $g : \{4, 5, 6, 10\} \rightarrow \{8, 12, 16\}$ are two functions defined by $f(3) = 4$, $f(4) = 5$, $f(5) = f(6) = 6$ and $g(4) = g(5) = 8$, $g(6) = g(10) = 12$, then find $g \circ f$.

यदि $f : \{3, 4, 5, 6\} \rightarrow \{4, 5, 6, 10\}$ तथा $g : \{4, 5, 6, 10\} \rightarrow \{8, 12, 16\}$ दो फलन $f(3) = 4$, $f(4) = 5$, $f(5) = f(6) = 6$ तथा $g(4) = g(5) = 8$, $g(6) = g(10) = 12$ द्वारा परिभाषित हैं, तो $g \circ f$ ज्ञात कीजिए।

32. Find the angle between the x-axis and the line joining the points (5, 4) and (6, 3). 2

x-अक्ष तथा बिन्दुओं (5, 4) तथा (6, 3) को मिलाने वाली रेखा के बीच बना कोण ज्ञात कीजिए।

33. Solve the following differential equation : 2

निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$$

34. A vector makes angles $\frac{\pi}{3}$ and $\frac{\pi}{2}$ with $\overrightarrow{OX}$ and $\overrightarrow{OY}$ respectively. Find the angle made by it with $\overrightarrow{OZ}$. 2

एक सदिश $\overrightarrow{OX}$ तथा $\overrightarrow{OY}$ के साथ क्रमशः $\frac{\pi}{3}$ और $\frac{\pi}{2}$ माप का कोण बनाता है। इसका $\overrightarrow{OZ}$ के साथ बना कोण ज्ञात कीजिए।

35. Find A^{-1} for $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$. 2

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ के लिए A^{-1} ज्ञात कीजिए।

36. Find the ratio in which the line segment joining (2, –3) and (5, 6) is divided by y-axis. 2

बिन्दुओं (2, –3) तथा (5, 6) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को y–अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है?

37. Using differentials, find the approximate value of $\sqrt{0 \cdot 6}$. 2

अवकलन का प्रयोग करते हुए $\sqrt{0 \cdot 6}$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

Or / अथवा

Find $\frac{dy}{dx}$ for $y = x^{x \cos x}$.

$y = x^{x \cos x}$ के लिए $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

38. Find the vector equation of a line passing through the point (4, 3, 0) and parallel to the line joining the points (2, 5, –1) and (–1, 4, 3). 2

बिन्दुओं (2, 5, –1) तथा (–1, 4, 3) को मिलाने वाली रेखा के समान्तर तथा बिन्दु (4, 3, 0) से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

Or / अथवा

Find a vector of magnitude 6 which is perpendicular to both the vectors $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$.

वह सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 6 है तथा जो सदिशों $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ दोनों पर लम्ब है।

39. Find : 4

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 6x + 12} dx$$

Or / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}}\, dx$$

40. If

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

then find $A^2 + B^2 + 2AB$. 4

यदि

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ और } B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

तो $A^2 + B^2 + 2AB$ ज्ञात कीजिए।

41. The vertices of a ΔABC are $A(-3, 3)$, $B(5, -2)$ and $C(-1, -4)$. If M and N are the midpoints of AB and AC respectively, then show that

$$MN = \frac{1}{2} BC$$ 4

ΔABC के शीर्ष $A(-3, 3)$, $B(5, -2)$ तथा $C(-1, -4)$ हैं। यदि M तथा N क्रमशः AB तथा AC के मध्य-बिन्दु हैं, तो दर्शाइए कि

$$MN = \frac{1}{2} BC$$

Or / अथवा

Find the equation of the circle which passes through the points (2, 3) and (–1, 1), and whose centre lies on the line $x - 3y - 11 = 0$.

उस वृत्त का, जो बिन्दुओं (2, 3) तथा (–1, 1) से होकर गुजरता है तथा जिसका केन्द्र, रेखा $x - 3y - 11 = 0$ पर स्थित है, समीकरण ज्ञात कीजिए।

42. If $x = a(\cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2})$ and $y = a\sin\theta$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$. 4

यदि $x = a(\cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2})$ और $y = a\sin\theta$, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

43. Let $f : R^+ \to (-4, \infty)$ be a function defined as $f(x) = x^2 - 4$, then show that f is invertible and find the inverse. 4

माना $f : R^+ \to (-4, \infty)$ एक फलन है, जो $f(x) = x^2 - 4$ द्वारा परिभाषित है, तो दर्शाइए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा इसका प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

44. Show that the lines $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{7}$ are coplanar. Also, find the equation of the plane containing these lines. 6

दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ तथा $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{7}$ समतलीय हैं। उस समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए, जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।

Or / अथवा

Find the vector and Cartesian equation of the plane passing through $A(-2, 3, -1)$, $B(-3, 7, -4)$ and $C(-1, 0, -1)$. Also, find its intercepts on the three coordinate axes and its distance from the origin.

उस समतल का सदिश एवं कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं $A(-2, 3, -1)$, $B(-3, 7, -4)$ तथा $C(-1, 0, -1)$ से होकर गुजरता है। साथ ही तीन निर्देशांक अक्षों पर इसके अन्तःखण्ड ज्ञात कीजिए तथा मूल-बिन्दु से इसकी दूरी ज्ञात कीजिए।

45. A cooperative society of farmers has 50 hectares of land to grow two crops *A* and *B*. The profits from crops *A* and *B* per hectare are estimated as ₹ 10,500 and ₹ 9,000 respectively. To control weeds, a liquid herbicide has to be used for crops *A* and *B* at the rate of 20 litres and 10 litres per hectare respectively. Further, not more than 800 litres of herbicide should be used in order to protect fish and wildlife in the pond which collects drainage from this land. How much land should be allocated to each crop so as to maximize the profit? Form an LPP and solve it graphically. 6

किसानों की एक सहकारी समिति के पास दो प्रकार की फसलों *A* तथा *B* को उगाने के लिए 50 हेक्टेयर भूमि है। फसलों *A* तथा *B* से क्रमशः प्रति हेक्टेयर अनुमानित लाभ ₹ 10,500 तथा ₹ 9,000 है। खरपतवार के नियन्त्रण के लिए समिति एक तरल शाकनाशी दवा प्रयोग करती है जिसकी मात्रा फसलों *A* तथा *B* के लिए क्रमशः 20 लीटर तथा 10 लीटर प्रति हेक्टेयर है। उस तालाब, जो भूमि से जल-निकासी करता है, में रहने वाली मछलियों तथा अन्य वन्य जीवन को बचाए रखने के लिए शाकनाशी का प्रयोग 800 लीटर से अधिक नहीं किया जाना चाहिए। प्रत्येक फसल के लिए कितनी-कितनी भूमि नियत की जाए कि लाभ अधिकतम हो? इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर आलेख द्वारा हल कीजिए।

Or / अथवा

Solve the following LPP by graphical method :

Minimize $Z = 20x + 10y$

subject to

$$\begin{aligned} x + 2y &\leq 40 \\ 3x + y &\geq 30 \\ 4x + 3y &\geq 60 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए :

$Z = 20x + 10y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए

निम्न प्रतिबन्धों के अंतर्गत

$$\begin{aligned} x + 2y &\le 40 \\ 3x + y &\ge 30 \\ 4x + 3y &\ge 60 \\ x,\ y &\ge 0 \end{aligned}$$

★ ★ ★

Roll No.
अनुक्रमांक